LUCRARE DE CASĂ nr.3

pentru anul II electronică, grupa 10703

- Problemele care urmează sunt în bună parte personalizate: parametrul *k* (cu semnificaţia poziţiei în catalogul grupei conform tabelului ataşat la finalul acestor pagini) face unele enunţuri particulare.
- Se cer soluţii concise, numerice (precizia: patru cifre zecimale după virgulă), însoţite de comentarii la obiect atunci când este necesar.
- Soluţiile sunt punctate. Punctele acumulate din soluţii corecte şi complete trebuie confirmate printr-o susţinerea orală competentă în ziua examenului. Pentru notă de promovare sunt necesare cel puţin **60** de puncte. Nota maximă se acordă pentru **120** de puncte. Notele intermediare se acordă prin interpolare liniară între aceste limite, în raport cu punctajul efectiv realizat.
- Soluţiile trebuie redactate pe mijloace electronice, cu un editor de texte din cele cunoscute şi trebuie prezentate în formă tipărită până în **20 mai 2016**. Orice depăşire a termenului precum şi folosirea altui *k*, diferit de cel alocat individual echivalează cu lipsa lucrării şi se notează cu nota 1 (unu).

E N U N T U R I

Problema 1. Coduri produs

Un mesaj *m* este expresia binară pe 6 biţi a numărului 2*k*, cu cel mai semnificativ bit la stânga.

a. Proiectaţi un cod produs (rectangular) simplu pentru astfel de cuvinte-mesaj de 6 biţi. (5 puncte)

b. Stabiliţi rata codului, ponderea şi capacitatea lui de a detecta erori şi de a corecta erori. (5 puncte)

c. Stabiliţi ponderea cuvântului de cod care corespunde lui *m*. (5 puncte)

d. Care este distanţa Hamming între cuvîntul de cod pentru *m* şi cuvântul de cod pentru expresia pe 6 biti a numărului *k*? (5 puncte)

Problema 2. Coduri Hamming

Fie un cod Hamming binar (7, 4) cu matricea de verificare

$$H = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Se recepţionează un cuvânt *r* definit astfel: *r* este expresia pe 7 biţi a numărului $(2k + 33)$.

a. Calculaţi vectorul sindrom. (5 puncte)

b. Parcurgeţi procedura de decodare în ipoteza că *r* are cel mult o eroare şi comentaţi rezultatul. (10 puncte)

Problema 3.

Un cod Hamming binar (15, 11) este folosit pe un canal binar simetric cu rata brută a erorilor $(2k + 3)\cdot 10^{-5}$.
Calculaţi rata erorilor insinuate, adică probabilitatea ca după decodare cuvântul obţinut să fie eronat. (20 puncte)
Indicatie: Se va ţine seamă de faptul că atunci când apar doi biţi eronaţi, decodorul schimbă incorect un al treilea bit al cuvântului recepţionat. Se admite că probabilitatea apariţiei a trei sau mai multe erori într-un cuvânt recepţionat este cu totul neglijabilă.

Problema 4. Coduri Reed-Solomon

Se dă polinomul primitiv $x^5 + x^2 + 1$ cu coeficienţi în corpul Galois cu două elemente GF(2). Polinomul acesta este utilizat la generarea unor coduri ciclice Reed-Solomon.

a. Scrieţi matricea de verificare codului sistematic. (10 puncte)
b. Scrieţi matricea generatoare a codului nesistematic. (10 puncte)

Fie acum un mesaj m, care este scrierea în binar a numărului $k + 19\cdot 10703$.

c. Calculaţi cuvântul de cod corespunzător lui m în cazul codului nesistematic. (10 puncte)
d. Calculaţi cuvântul de cod corespunzător aceluiaşi mesaj m în cazul codului sistematic. (15 puncte)

Problema 5. Coduri ciclice

Se dau două coduri ciclice C_1, C_2 alcătuite din cuvinte de lungime n. Cele două coduri sunt generate respectiv de polinoamele $g_1(x)$ şi $g_2(x)$.

a. Care este polinomul generator al codului ciclic cel mai restrâns care conţine toate cuvintele din reuniunea $C_1 \cup C_2$? (10 puncte)
b. Arătaţi că intersecţia codurilor ciclice C_1, C_2 este de asemenea un cod ciclic. (10 puncte)
c. Stabiliţi polinomul generator al codului $C_1 \cap C_2$. (10 puncte)

Explicaţii complete.

Problema 6. Ştergeri

Se consideră un cod binar Hamming (7, 4) cu matricea de verificare a parităţii

$$H = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

Un cuvânt de cod c este transmis printr-un canal perturbat şi este recepţionat sub forma unui cuvânt r în care două simboluri sunt neclare (şterse), iar celelalte sunt identice cu cele ale expresiei pe 7 biţi a numărului $2k + 33$. Un exemplu: cuvântul recepţionat ar putea fi $r = [r_0 \;\; r_1 \;\; r_2 \;\; ? \;\; r_4 \;\; r_5 \;\; ?]$, cu simbolurile r_3 şi r_6, de pe poziţiile $i = 3$ şi $j = 6$, incerte.

Parcurgeţi şi comentaţi faza de decodare a cuvântului recepţionat r cu indicii poziţiilor şterse

$$i = (k - 1) \bmod 7 \qquad j = \left(i + \left\lfloor \frac{k-1}{7} \right\rfloor + 1\right) \bmod 7$$

În expresia indicelui j, $\lfloor x \rfloor$ este partea întreagă a numărului x (cel mai mare întreg care este mai mic, cel mult egal cu x). (20 puncte)

Problema 7. Coduri convoluţionale

Se consideră un codor convoluţional cu intrare bit-după-bit, care utilizează polinoamele generatoare $g_1 = (1, 1, 0, 1, 0)$ si $g_2 = (1, 1, 1, 0, 1)$.

a. Care este rata codului, care este restricţia de lungime a codului, care este numărul de stări ale codorului? (5 puncte)

b. Calculaţi ieşirea codorului obţinută pentru secvenţa de 8 biţi care reprezintă în baza 2 numărul $127 + k$. (15 puncte)

k	**Grupa 10703**		***k***	**Grupa 10703**
1	Anghelache		16	Marinescu Nicoleta
2	Boboc		17	Mihai Daniel
3	Burada		18	Mihai Ionuţ
4	Călin		19	Mocanu
5	David		20	Paraschiv
6	Dobre		21	Podăreanu
7	Drăghici		22	Şerban Andrei
8	Dugăiaşu		23	Şerban Dumitru
9	Dumitru		24	Sima
10	Fulgeanu		25	Simion
11	Ionescu George		26	Sârbu
12	Ionescu Robert		27	Stanciu
13	Ivan		28	Virgilio Milton Gomes
14	Lupu		29	Vlăsceanu
15	Marinescu Marian		30	Zamfir