GHEORGHE M.PANAITESCU

MODELAREA SI SIMULAREA SISTEMELOR DE PRODUCTIE

Ghid de lucrări

Universitatea "Petrol-Gaze" Ploiesti
2007

INTRODUCERE

Prezentul **Ghid** contine aplicatiile la disciplina **Modelarea si simularea sistemelor de productie** din programul de pregătire al studentilor la specializarea IEDM. **Ghidul** contine sase lucrări de dificultăti variate. Cele mai simple se intind pe durata unei singure sedinte, cele mai complexe pot dura două, trei sau chiar patru sedinte consecutive rezervate lucrărilor aplicative. În completarea acestora, se recomandă ca în cadrul orelor rezervate lucrărilor să fie rezolvate unele probleme propuse în cursul scris, în special acelea care au nevoie de capacitatea de calcul a unui calculator personal si de algoritmi transformati în programe de calcul.

Lucrările se execută pe calculator cu programe pregătite de autorul acestui **Ghid** (a se vedea **Anexele**). Programele sunt puse la dispozitia studentilor, inclusiv pentru utilizare în afara Universitătii "Petrol-Gaze".

La una din lucrări se poate cere, în completare sau ca alternativă la un număr de probleme legate de cunostintele teoretice, un **Referat tehnic** care vrea să fie o simulare a unor rapoarte explicative relativ la lucrări pe care în calitate de inginer, viitorul absolvent le va avea de realizat întru satisfacerea unor comenzi ale unor potentiali solicitanti.

Se sugerează imediat o structură posibilă a unui asemenea **Referat**. Pentru cazul alternativ al problemelor, se cere o redactare concisă, inteligibilă, însotită de comentarii proprii asupra solutiilor obtinute.

Ghid de redactare a Referatelor tehnice

Referatele tehnice asupra unor lucrări efectuate în orele de aplicatii au ca prim scop o verificare partială a cunostintelor.

Al doilea scop urmărit, care nu este mai putin important constă în o testare a capacitătii autorului-student de a aseza în pagină, în stil **concis** si **clar**, **enuntul**, **scopul** si **solutia** problemei care constituie obiectul lucrării. Este, sub acest aspect, o simularea a cazurilor în care un inginer este pus în situatia de a elabora un raport scris asupra lucrărilor sale. Punctualitatea depunerii raportului este, de asemenea, apreciată.

Referatele trebuie să contină:

- formularea obiectivului lucrării;
- un minim suport teoretic cu eventuale trimiteri bibliografice;
- în ce constă solutia si mijloacele prin care a fost obtinută;
- răspunsuri sustinute de explicatii la chestiunile ridicate în ghidul scris al lucrării;
- concluzii.

În plus:

- Raportul trebuie să se întindă pe cca. 5-6 pagini;
- Raportul trebuie să fie individual; rapoartele identice, diferite doar prin semnătură vor fi apreciate negativ;
- Raportul se predă exact la data indicată verbal de conducătorul lucrărilor.

Lucrarea selectată pentru referat (sau enunturile problemelor), termenul de predare si alte posibile detalii se stabilesc în una din primele sedinte de aplicatii.

C U P R I N S U L

LUCRAREA 1: MODELE LINIARE OPTIMIZARE PRIN METODELE PROGRAMĂRII LINIARE (I)

1. Obiectivele lucrării

- Scrierea modelelor liniare ale unor sisteme de productie
- Utilizarea unor programe de optimizare prin metoda programării liniare
- Interpretarea rezultatelor obtinute prin calcul

2. Aparatură si suport documentar

- Calculatoare PC în configuratie obisnuită
- Prezentul *Ghid de lucrări* aplicative
- Notele de curs de la disciplinele *Modelarea si simularea sistemelor de productie* si *Cercetări operationale*
- Manuale de programare, documentarea *on-line* (*Help*)

3. Breviar teoretic

Sistemele de productie se pot modela deseori prin relatii algebrice liniare. Modelul este utilizat de obicei pentru optimizarea unor astfel de procese.

Forma standard a unui asemenea model scris în varianta matricială este următoarea:

1. O functie obiectiv care trebuie minimizată

$$f = c^T x$$

cu c vectorul unor costuri si cu x vectorul variabilelor de decizie

2. Un set de restrictii

$$Ax \leq b$$

la care se adugă obligativitatea ca variabilele de decizie să ia valori nenegative, $x_i \geq 0$, pentru toti indicii i = 1, 2, …, n, admitând că variabilele de decizie sunt în număr de n.

Formularea aceasta cu pretentii de generalitate ar putea părea totusi particulară: uneori se poate urmări stabilirea unui maxim pentru functia obiectiv, uneori restrictiile pot fi si de tipul "$\geq$". Ambele situatii se pot trata în cadrul general indicat: o multiplicare cu –1 a relatiei pentru functia obiectiv transformă o problemă de maxim în una de minim, o inegaliate de tipul "$\geq$" poate fi transformată într-una de tipul "$\leq$" tot prin multiplicare cu –1. Desigur, în setul de inegalităti restrictive unele pot fi de un sens, altele de celălalt sens. Se multiplică cu –1 numai acelea care nu corespund sensului standard.

Pentru exemplificare se propune problema care urmează.

Enuntul problemei: Societatea comercială **X** fabrică între altele produsele **1, 2, 3**. Trei noi capacităti de productie, notate mai jos ca **Filialele I, II, III**, vor fi date în functiune în perioada următoare. În aceste capacităti se pot fabrica produsele **1, 2, 3** în cantitătile maxime indicate în coloana a doua din **tabelul 1**. Capacitătile de stocare disponibile la cele trei filiale este limitată, conform datelor din coloana a treia a aceluiasi tabel. **Tabelul 2** contine estimările cererii lunare pentru cele trei produse, profitul unitar realizabil precum si spatiul specific necesar pentru depozitare (pretutindeni unde apare litera p, aceasta reprezintă numărul de ordine al studentului în catalogul grupei). Livrările se fac lunar. Se urmăreste o politică de producere a celor trei produse în cele trei capacităti de productie astfel încât să se obtină un profit maxim.

TABELUL 1

Filiala	Capacitatea maximă de productie (unităti fizice/lună)	Capacitatea maximă de stocare (unităti de volum)
I	500 + 10p	810 + 5p
II	600 + 10p	720 + 10p
III	300 + 10p	315 + 15p

TABELUL 2

Produsul	Cererea estimată (unităti fizice/lună)	Profit unitar (unităti monetare/ unitate fizică)	Volum unitar (unităti de volum/unitate fizică)
1	600 + 10p	12 + p	4
2	800 + 10p	10 + p	2,3
3	500 + 10p	9 + p	1,5

Se identifică cu usurintă variabilele de decizie: numărul de produse de fiecare tip realizate la fiecare dintre filiale. Sunt 9 variabile de decizie. Restrictiile sunt legate de capacitătile de productie, de dimensiunile spatiilor de depozitare si de cererea de produse. Coeficientii din functia obiectiv sunt profitul unitar specific fiecărui tip de piese.

4. Modul de lucru

Se scrie functia obiectiv, se scriu restricitiile. Se folosesc pachetele de programe **Matlab** si/sau **SP01**.

Pentru a introduce datele corect se recomandă lectura atentă a instructiunilor de ajutor (Help).

Se execută calculele si se examinează rezultatele.

Se urmăresc punct cu punct sectiunea următoare, **Chestiuni de studiu**.

5. Chestiuni de studiu

1. Scrierea modelului matematic al problemei si aducerea lui la forma standard.
2. Justificarea alegerii variabilelor de decizie.
3. Solutionarea problemei prin mijlocirea programelor **SP01/Linear Programming** si/sau **Matlab/lp** si observarea solutiei optime obtinute
4. Rezolvarea aceleiasi probleme în numere întregi (cazul în care variabilele de decizie nu pot fi decât întregi) cu programele **SP01/All Integer Programming** sau cu **Matlab/lp**. Compararea celor două solutii.
5. Rezolvarea problemei în alte cazuri derivate din enunt (de exemplu prin modificarea sau comasarea unor capacităti de productie si/sau de depozitare).
6. Rezolvarea aceleiasi probleme în conditiile redimensionării ambalajelor pentru produsele de cele trei tipuri
7. Studiul posibilitătii rezolvării problemei în conditiile satisfacerii integrale a cererii
8. Căutarea unei solutii care să ocupe integral capacitătile de productie
9. Studiul influentei unor factori aleatori asupra solutiei optime

LUCRAREA 2: MODELE LINIARE
UTILIZAREA METODELOR PROGRAMĂRII LINIARE (II)

1. Obiectivele lucrării

- Studiul modelelor matematice liniare
- Utilizarea metodelor programării liniare în cazul în care variabilele de decizie nu pot lua decât valori întregi

2. Aparatură si suport documentar

- Calculatoare PC în configuratie obisnuită
- Prezentul *Ghid de lucrări*
- Notele de curs de la disciplina *Modelarea si simularea sistemelor de productie*
- Manuale de programare, documentarea *on-line* (*Help*)

3. Breviar teoretic

Sunt situatii în care variabilele de decizie nu pot lua decât valori întregi. Este, de pildă, cazul în care varibilele de decizie numără piese, subansamble etc. care nu sunt niciodată fractii ci piese, subansamble etc. întregi.

Algoritmul clasic al programării liniare este si în acest caz utilizat dar numai într-o primă fază. În faza următoare sunt enumerate si verificate solutii fezabile întregi dintre cele mai apropiate de solutia în numere reale obtinută în prima fază. Se retine solutia care face extremă, după caz minimă sau maximă, functia obiectiv. Rezultatul este desigur o solutie întreagă.

Formularea generală a unei astfel de probleme de programare liniară este practic aceasi. Se cere extremul unei functii obiectiv liniare

$$f(x_1, x_2, ..., x_n) = c_1 x_1 + c_2 x_2 + ... + c_n x_n$$

în conditiile restrictive, de asemenea liniare si scrise matricial

$$Ax \leq b$$

cu x vectorul cu n componente al variabilelor de decizie, la care se adaugă conditiile de nenegativitate

$$x_i \geq 0 \ \ (i = 1,2,...,n)$$

si, ceea ce este particular, conditia de apartenentă la multimea de numere întregi

$$x_i \in N \ \ (i = 1,2,...,n)$$

Singura deosebire de formularea clasică, completă este conditia din urmă.

Programul **SP01** pus la dispozitia studentilor contine algortimul adecvat în pozitia din menu **All Integer Programming** (programare liniară în numere întregi).

Pentru lucrarea prezentă se propune următoarea problemă:

Enuntul problemei: Societatea comercială **X** are în derulare construirea unei clădiri. Pentru realizarea acelei constructii sunt necesare, între altele, profile metalice de o anumită dimensiune, să spunem cornier de 60 mm. Profilele metalice respective pot fi procurate la lungimea fixă de $9(1+ p/100)$ m fiecare (*p* este numărul de ordine al studentului în catalogul grupei). La realizarea lucrării sunt necesare cel putin 80 de profile tăiate la lungimea de 2 m, cel putin 60 de profile tăiate la lungimea de 2,5 m si cel putin 30 de profile tăiate la lungimea de 3,5 m. Societatea **X** cere specialistilor săi să calculeze numărul de profile de lungimea specificată în cataloagele furnizorului, care trebuie aprovizionate si tăiate pentru constructia mentionată, astfel încât deseurile să fie reduse la minimum posibil.

4. Modul de lucru

- Se aleg variabilele de decizie si se scrie modelul matematic al problemei. La acest punct este sugerată următoarea tratare:

  Este necesară mai întâi o analiză a problemei sub aspect tehnologic.

  Un profil de lungime L poate fi tăiat în bucăti cu lugimile $l_1 < l_2 < l_3$ în mai multe moduri. Dacă se notează cu n_1, n_2, n_3 numărul de bucăti cu lungimile l_1, l_2, respectiv l_3 realizate dintr-un asemenea profil, atunci:

  $$n_1 l_1 + n_2 l_2 + n_3 l_3 \leq L$$

  dar si

  $$L - (n_1 l_1 + n_2 l_2 + n_3 l_3) < l_1$$

  adică deseul nu poate fi altfel decât mai scurt decât cea mai scurtă bucată utilizabilă.

  Cele două inegalităti pot fi scrise si ca o dublă inegalitate

  $$L - l_1 < n_1 l_1 + n_2 l_2 + n_3 l_3 \leq L$$

  Sistemul de inegalităti trebuie rezolvat în raport cu n_1, n_2, n_3 în numere întregi. Vor rezulta mai multe variante de tăiere, în orice caz în număr finit. O cale posibilă de rezolvare a acestei probleme a tăierii profilelor este aceea a enumerării cazurilor, care sunt, de asemenea, în număr finit. Într-adevăr

  $$0 \leq n_i \leq \frac{L}{l_i} \quad (i = 1,2,3)$$

de unde rezultă finitudinea numărului de posibilităti de tăiere a unui profil. Pe calea enumerării, se stabilesc solutiile sistemului de inegalităti de mai sus. Fie aceste solutii în număr de N, $\{s_1, s_2, \ldots, s_N\}$. Se notează cu $d_1, d_2, \ldots, d_N$ lungimea deseurilor la tăiere corespondente si cu $x_1, x_2, \ldots, x_N$ numărul profilelor tăiate conform retetelor de tăiere respective. Aceste din urmă variabile sunt tocmai variabilele de decizie. Scrierea modelului este acum de-a dreptul facilă: se caută

$$\min_{x_j} \{d_1x_1 + d_2x_2 + \ldots + d_Nx_N\}$$

sub conditiile restrictive

$$n_{11}x_1 + n_{12}x_2 + \ldots n_{1N}x_N \geq N_1$$

$$n_{21}x_1 + n_{22}x_2 + \ldots n_{2N}x_N \geq N_2$$

$$n_{31}x_1 + n_{32}x_2 + \ldots n_{3N}x_N \geq N_3$$

cu x_j ($j = 1, 2, \ldots, N$) întregi pozitivi sau nuli.

În restrictiile problemei de programare liniară s-a notat cu N_1, N_2, N_3 necesarul de profile tăiate la lungimile l_1, l_2, l_3. Coeficientii n_{1j}, n_{2j}, n_{3j} din restrictii sunt solutia n_1, n_2, n_3 pentru reteta de tăiere s_j ($j = 1, 2, \ldots, N$), rezultată din sistemul de inegalităti rezolvat în faza examinării tehnologice a problemei.

- Se determină solutia problemei prin mijlocirea programului **SP01/All Integer Programming** (programare liniară în numere întregi). Se comentează solutia.
- Se încearcă solutii pentru probleme similare rezultate prin modificarea lungimilor necesare la realizarea constructiei. Se recomandă, de asemenea, rezolvarea problemei atunci când profilele în stare brută au o lungime diferită de cea dată în enuntul problemei propuse, o lungime care nu este mutiplu de 0,5 m.

5. Chestiuni de studiu

- Facilitătile de calcul oferite de programul **SP01**
- Sensibilitatea programului si a solutiilor obtinute la modificarea unor date. Pentru aceasta se recomandă schimbările propuse la ultimul punct de la sectiunea **Modul de lucru**
- Optional se pot studia si alte probleme imaginate de studenti, sau preluate din cursul scris, probleme de dimensionalitate eventual diferită.

LUCRAREA 3: PROGNOZE ECONOMICE

1. Obiectivele lucrării

- Studiul câtorva metode de prognoză economică
- Studiul unor cazuri numerice particulare

2. Aparatură si suport documentar

- Calculatoare PC în configuratie obisnuită
- Prezentul *Ghid de lucrări*
- Notele de curs de la disciplina *Modelarea si simularea sistemelor de productie*
- Manuale de programare, documentarea *on-line* (*Help*)

3. Breviar teoretic

Un model algebric al unui sistem economic are în general forma

$$y = f(x, a)$$

cu f o functie vectorială m-dimensională de variabila vectorială n-dimensională x. În expresia functiei intervine si vectorul de parametri a, p-dimensional. Functia este utilizabilă în scopuri practice, ingineresti dacă acesti parametri sunt cunoscuti, particularizati la sistemul economic modelat. Apare, asadar, problema estimării acestor parametri.

Estimarea parametrilor se realizează în conditiile următoare: fiind dată o listă de perechi de valori (x, y) observate experimental se cere a se determina parametrii a astfel încât să fie minimizat un criteriu de distantă model-experiment. Dintre criteriile posibile sunt frecvent utilizate suma pătratelor diferentelor dintre valorile calculate cu modelul si cele observate experimental (metoda celor mai mici pătrate cu sau fără ponderi), suma modulelor abaterilor absolute sau relative. În toate aceste alegeri distanta model-experiment se referă numai la valorile y cu acceptarea tacită sau explicită, a unei precizii ipotetic mult mai bune în măsurarea variabilelor x decât în observarea lui y. Uneori însă variabilele independente x sunt afectate ele însesi de erori de observare si de mentinere în cursul experimentelor, erori care nu pot fi ignorate. În cazul acesta, în evaluarea acelei distante model-experiment mai complicate intră si variabilele x.

O situatie foarte frecventă este cea în care variabilele x sunt observate cu precizie foarte bună si atunci este aplicabilă **metoda celor mai mici pătrate**.

Parametrii a din relatia

$$y = f(x,a)$$

pot fi determinati din date experimentale având în vedere că în realitate relatia este îndeplinită sub forma aproximativă

$$y = f(x,a) + \varepsilon$$

Scrisă pentru mai multe puncte experimentale

$$y_k = f(x_k,a) + \varepsilon_k \ (k = 1,2,\ldots,N)$$

aceasta permite constituirea unui criteriu de apropiere model-experiment de forma

$$S = \varepsilon^T Q \varepsilon$$

cu ε vectorul rezidualelor ε_k si Q o matrice ponderi, pozitiv definită. Matricea Q este de cele mai multe ori diagonală si dă ponderi diferite unor observatii y_k afectate de erori diferite, variabile cu k. Dacă erorile sunt descrise statistic de aceeasi lege de repartitie admisă a fi normală de medie nulă, atunci matricea Q poate fi matricea unitate I multiplicată eventual cu valoarea reciprocă a dispersiei unice, caz în care avem **metoda celor mai mici pătrate** clasică, **cu ponderi constante** pentru cele N observatii experimentale, de fapt fără ponderi. Parametrii a căutati sunt aceia care minimizează pe S, care este o sumă de pătrate ale abaterilor model-experiment, ponderate sau nu. Cazul cel mai frecvent în aplicatii si în consecintă cel mai pus la punct sub aspect teoretic este cel liniar în parametrii a. Aparent particular, cazul devine destul de general dacă se iau în consideratie posibilitătile de liniarizare fie prin substitutii adecvate, fie prin dezvoltări Taylor valabile pe regiuni limitate ale spatiului x. Prin urmare, merită o atentie aparte cazul liniar

$$y = x^T a$$

în care vectorul x poate contine o primă componentă constantă si egală cu unitatea, care corespunde coeficientului liber de orice influentă datorată modificărilor lui x si în care vectorul a al parametrilor este $(n + 1)$-dimensional adică are n componente, câte una pentru fiecare componentă variabilă a vectorului x si încă una ca termen liber cum s-a spus mai devreme. Dacă y_k sunt valorile observate si x_k sunt valori particulare ale vectorului x în experientele sau observatiile $k = 1,2,\ldots,N$ atunci minimul sumei S se obtine pentru solutia sistemului în a

$$X\, a = Y$$

în sensul celor mai mici pătrate. În relatia ultimă X are ca linii vectorii x_k^T, iar Y este vectorul observatiilor y_k. Sistemul este liniar în componentele lui a si se poate rezolva în etape, prin premultiplicarea mai întâi cu transpusa matricei X

$$X^T X\, a = X^T Y$$

si, după aceea, prin multiplicarea la stânga cu inversa matricei produs $X^T X$

$$a = (X^T X)^{-1} X^T Y$$

Matricea $(X^T X)^{-1} X^T$ mai este numită si inversa generalizată sau pseudoinversa matricei X, dacă inversa matricei $X^T X$ există.

Modelele parametrice, adică relatiile stabilite prin metode statistice, între diferite variabile tehnologice sunt utile în evaluări ale comportării sistemului în conditii diferite de acelea care au servit la stabilirea relatiilor-model. Aceste evaluări pot fi de interpolare ori de câte ori noua combinatie de conditii este situată în zona unde sunt localizate si punctele care au servit la calculul relatiilor-model. Dar pot fi utilizate si la extrapolări dacă aceleasi conditii noi sunt situate în afara domeniului efectiv explorat. Dacă extrapolările trebuie făcute cu prudentă, de la interpolări nu se asteaptă niciodată valori sigure, certe; rezultă uzual valori foarte probabile care nu exclud realizarea practică a altor valori ale variabilelor dependente apropiate de cele calculate. Interpolarea are rolul de a filtra semnificativul de nesemnificativ, de a face o utilă netezire a datelor.

Dacă variabila principală este timpul atunci o modelare permite elaborarea unor **prognoze**, ceea ce corespunde în timp extrapolărilor relative la variabilele de altă natură decât cele temporale.

Prognozele pot fi efectuate si în alt mod, prin calcule mai simple precum cele din cazul metodelor **mediei mobile simplă** sau **cu ponderi** sau prin metoda **filtrării exponentiale**.

Metoda simplă a mediei mobile constă în calcularea unei medii a observatiilor dintr-o serie temporală si proiectarea ei în viitorul imediat, pentru o nouă perioadă.

Metoda mediei mobile cu ponderi este analogă metodei simple. Deosebirea constă în ponderarea diferită a observatiilor grupate în seria temporală de bază, de regulă cu ponderi defavorabile pentru observatiile mai vechi.

În ambele cazuri se poate evalua o eroare în prognoza efectuată.

Un exemplu:

Perioada	1	2	3	4	5
Valori	830	800	812	840	802
Ponderi	0.05	0.10	0.15	0.20	0.25
Perioada	6	7	8	9	10
Valori	780	804	810	812	807,3 811
Ponderi	0.25	x	x	x	x

807,3 – prognoza cu ponderi; 811 – prognoza fără ponderi (ponderi egale).

Se distinge o secventă de bază formată din primele sase observatii. Media lor simplă este 811. Din valorile observate suplimentar în perioadele 7, 8 si 9 se calculează erorile, –7, –1 si +1 din care se pot evalua eroarea medie absolută si eroarea medie pătratică:

$$\frac{|-7|+|-1|+|+1|}{3} = 3, \text{ respectiv } \sqrt{\left[(-7)^2+(-1)^2+(+1)^2\right]/3} = \sqrt{51/3} = 4{,}12$$

Media calculată prognozează pentru perioada 10 cu erori de acest ordin.

Si cazul cu ponderi diferite produce o medie si, deci, o valoare prognozată care este 807,3. Eroarea medie absolută si eroarea medie pătratică sunt în acest caz respectiv 3,56 si 3,66.

Relativ la perioadele retinute pentru calculul erorilor de prognoză, practic acestea trebuie să fie în număr de cel putin 2, totdeauna ultimele. În exemplul dat s-au retinut 3 astfel de perioade.

La **filtrarea exponentială** informatiile privind functionarea sistemului (economic) sunt disponibile de asemenea, periodic, la intervale regulate. La orice moment *t* se presupune "istoria" cunoscută. Dacă $y(t)$ este observatia curentă, pe baza istoriei cumulate într-o estimatie a mediei

$\overline{y}(t-1)$ se urmăreste o evaluare a mediei pentru intervalul curent si pentru alte intervale următoare. O relatie plauzibilă este

$$\overline{y}(t) = \overline{y}(t-1) + \alpha\,[y(t) - \overline{y}(t-1)]$$

cu α o **constantă de filtrare**. Echivalenta relatiei de mai sus este

$$\overline{y}(t) = \alpha\, y(t) + (1-\alpha)\overline{y}(t-1)]$$

Prin substituire repetată a mediilor $\overline{y}(t-k)$, $k = 1,2,...,t$, cu valorile la momente anterioare se obtine

$$\overline{y}(t) = \alpha \sum_{n=0}^{t} (1-\alpha)^n y(t-n)$$

constituită din termeni care contin observatii efective asupra variabilei $y(t)$. Se observă că valorile variabilei efectiv observate intervin cu ponderi diferite si dacă $\alpha \in (0,1)$ ponderile sunt din ce în ce mai mici pe măsură ce informatiile sunt mai vechi. Relatia ultimă, echivalentă cu mai multe relatii de forma anterioară are dezavantajul că necesită toate valorile observate pe când relatia recursivă (pas cu pas) de mai devreme nu necesită decât două valori: media anterioară si valoarea ultimă observată.

Dacă avem de-a face cu un proces aleator stationar $y(t)$ descris de o functie de probabilitate, aceiasi în orice moment, cu media μ si dispersia σ^2, atunci, având în vedere relatia destul de exactă pentru n suficient de mare

$$\overline{y}(t) \approx \alpha \sum_{n=0}^{\infty} (1-\alpha)^n y(t-n)$$

luând media

$$M[\overline{y}(t)] \approx \alpha \sum_{n=0}^{\infty} (1-\alpha)^n M[y(t-n)]$$

rezultă

$$M[\overline{y}(t)] = \alpha \sum_{n=0}^{\infty} (1-\alpha)^n \mu = \mu$$

dacă tinem seamă de progresia geometrică de ratie (1 – α), continută de această ultimă relatie. Asadar media variabilei $\overline{y}(t)$ tinde asimptotic către media μ. Dispersia aceleiasi variabile este mai mică decât σ^2:

$$D[\overline{y}(t)] \approx D[\alpha \sum_{n=0}^{\infty} (1-\alpha)^n y(t-n)] = \alpha^2 \sum_{n=0}^{\infty} (1-\alpha)^{2n} \sigma^2 = \frac{\alpha}{2-\alpha} \sigma^2$$

Calculul de mai sus are valoarea unei filtrări a fluctuatiilor în jurul mediei. Este vorba de un **filtru exponential**.

Dacă procesul pur aleator si stationar, $\varepsilon(t)$ de medie nulă si dispersie σ^2 este suprapus peste o tedintă de variatie liniară

$$y(t) = a + bt + \varepsilon(t)$$

atunci si relatia se referă la o medie variabilă în timp.

În schema de filtrare exponentială noua estimare a pantei $\overline{b}(t)$ este în legătură cu estimatia anterioară conform relatiei

$$\overline{b}(t) = \alpha [\overline{y}(t) - \overline{y}(t-1)] + (1-\alpha)\overline{b}(t-1)$$

adică panta însăsi este filtrată exponential.

Prin înlocuirea în expresia lui $\overline{y}(t)$ a valorilor $y(t)$ date de relatia liniară afectată de zgomot de mai sus, rezultă

$$\overline{y}(t) = \alpha \sum_{n=0}^{\infty} (1-\alpha)^n [a + b(t-n) + \varepsilon(t-n)]$$

si prin luarea mediei

$$M[\overline{y}(t)] = a + bt - b\frac{1-\alpha}{\alpha}$$

4. Modul de lucru

Se studiază si se tratează numeric aspectele de prognoză care apar în **problema** de mai jos.

Compartimentul de desfacere al unei societăti comerciale are colectată o secventă de date privind vânzările din produsul **X** dintr-un număr de 11 trimestre succesive conform tabelului următor:

Anul/trimestrul	Vânzări (unităti fizice)
2004/III	33 + *p*
2004/IV	28 + *p*
2005/I	18 + *p*
2005/II	27 + *p*
2005/III	28 + *p*
2005/IV	19 + *p*
2006/I	28 + *p*
2006/II	32 + *p*
2006/III	35 + *p*
2006/IV	30 + *p*
2007/I	31 + *p*

cu *p* un parametru egal cu numărul de ordine în catalogul grupei.

În vederea programării productiei pentru trimestrul următor este necesară prognozarea vânzărilor pe baza datelor de mai sus.

În ipoteza inexistentei vreunei tendinte ciclice, repetitive în timp, se cere prognoza prin metodele:

a) media mobilă, simplă sau ponderată;

b) filtrarea exponentială;

c) cele mai mici pătrate.

În ipoteza că vânzarea a fost însotită de cheltuieli de publicitate conform tabelului următor, studiati o eventuală dependentă a volumului de vânzări de cheltuielile cu publicitatea si apoi o eventuală relatie între volumul de vânzări pe de o parte si variabila timp si cheltuielile de publicitate pe de altă parte. Folositi în acest studiu metoda regresiei simple, respectiv metoda regresiei multiple.

Anul/trimestrul	Cheltuieli cu publicitatea (mii u.m.)	Vânzări (unităti fizice)
2001/III	9000	33 + *p*
2001/IV	7000	28 + *p*
2002/I	1000	18 + *p*
2002/II	8000	27 + *p*
2002/III	9000	28 + *p*
2002/IV	8000	19 + *p*
2003/I	9000	28 + *p*
2003/II	10000	32 + *p*
2003/III	10000	35 + *p*
2003/IV	10000	30 + *p*
2004/I	8000	31 + *p*

Se utilizează programul **SP01/Forecasting**. Este de luat în considerare si functiile **Matlab** destinate calculelor de regresie.

LUCRAREA 4: MODELE MATEMATICE TIP GRAF (I)
GRAFUL UNUI PROIECT SI DRUMUL CRITIC
COSTUL ACCELERĂRII UNUI PROIECT
DRUMUL CRITIC ÎN CONDITII DE INCERTITUDINE

1. Obiectivele lucrării

- Studiul modelelor matematice de tip graf
- Studiul drumului critic în graful unui proiect, costul accelerării unui proiect, drumul critic în conditii de incertitudine
- Studiul arborilor decizionali

2. Aparatură si suport documentar

- Calculatoare PC în configuratie obisnuită
- Prezentul *Ghid de lucrări*
- Notele de curs de la disciplina *Modelarea si simularea sistemelor de productie*
- Manuale de programare, documentarea *on-line* (*Help*)

3. Breviar teoretic

Grafurile sunt obiecte definite matematic ca perechi (X, Γ) cu X o multime si Γ o aplicatie definită pe multimea X cu valori în multimea pǎrtilor lui X. Dacă X este o multime finită atunci unui graf i se poate asocia o reprezentare geometrică prin puncte si segmente. Punctele, numite si noduri sunt elemente ale lui X, iar segmentele, numite si arce exprimă aplicatia Γ. Un arc (orientat) are ca origine un element din X si ca extremitate un nod din submultimea imagine prin Γ a nodului de origine, submultime care este parte a multimii X. Un graf poate fi definit si prin cuplul (X, U) cu U multimea arcelor.

Structura grafurilor poate fi foarte diferită. Pot fi *conexe* sau *neconexe* după cum există sau nu un *drum* între oricare două noduri ale grafului. *Drum* este orice succesiune de arce cu extremitatea unuia coincidentă cu originea altuia. Grafurile pot fi *orientate* sau nu după cum sensul parcurgerii arcelor este important sau nu. Grafurile pot fi *ciclice* sau nu după cum există sau nu un drum parcurs în sensul orientării arcelor care să pornească dintr-un nod si să revină în acel nod. Frecvent, arcelor unui graf li se asociază anumite numere care sunt cunoscute generic drept *capacităti* ale acelor arce.

Grafurile au aplicatii multiple în modelarea si simularea sistemelor economice.

O aplicatie majoră a grafurilor o reprezintă **analiza drumului critic (ADC)**. Analiza drumului critic este o aplicatie economică remarcabilă a grafurilor. Aceasta este o metodă de conducere ratională, stiintifică a realizării proiectelor.

Un proiect este un proces complex sau o actiune de mare amploare orientată către atingerea unui scop bine precizat. Un proiect are un obiectiv, un ansamblu de activităti si o tehnologie.

Activitătile sunt părti determinate ale proiectului care consumă timp si uzual resurse. Descompunerea unui proiect în activităti componente permite analiza amănuntită a desfăsurării lui în conformitate cu tehnologia pe care el se bazează.

A programa un proiect înseamnă a stabili termenele de începere pentru fiecare activitate tinând seama din nou de tehnologia proiectului. Din multitudinea programelor admisibile este de retinut programul optim. Un astfel de program asigură optimizarea unui anumit criteriu de eficientă economică fără a viola conditiile tehnologice, lucru dealtfel imposibil.

Ordinea si conditionarea tehnologică a activitătilor unui proiect se poate modela în mai multe moduri. Cel mai utilizat model este graficul (graful) retea. Retelele sunt de mai multe tipuri. Cele mai prezente în aplicatii sunt cele cu activitătile pe arce, retelele **CPM** (de la **C**ritical **P**ath **M**ethod). Nodurile marchează încheierea unor activităti si posibilitatea începerii altora. Atunci când activitătile au durate aleatoare, nodurile sunt asociate unor evenimente în sensul discutat la curs în capitolul de probabilităti. Este cazul retelelor **PERT** (de la **P**rogram **E**valuation and **R**eview **T**echnique).

În prezentarea care urmează se marchează cu numere naturale 1, 2, …, i, …, j, …, n nodurile/evenimentele proiectului/retelei. O pereche (i, j) marchează o activitate cu începutul în nodul i si cu sfârsitul în nodul j. Activitătile si termenele legate de ele se notează astfel:

t_{ij} – durata activitătii (i, j);

t_i – termenul cel mai timpuriu (minim) al unui eveniment/nod;

t_i^* – termenul cel mai târziu (maxim) al unui eveniment/nod;

$t_s(i, j)$ – termenul minim de începere a activitătii (i, j);

$t_s^*(i, j)$ – termenul maxim de începere a activitătii (i, j);

$t_f(i, j)$ – termenul minim de încheiere a activitătii (i, j);

$t_f^*(i, j)$ – termenul maxim de încheiere a activitătii (i, j);

T – durata totală a proiectului;

$R_t(i, j)$ – rezerva totală a activitătii (i, j);

$R_l(i, j)$ – rezerva liberă a activitătii (i, j);

$R_i(i, j)$ – rezerva intermediară a activitătii (i, j);

$R_s(i, j)$ – rezerva sigură a activitătii (i, j);

Un criteriu de optimizare a executării unui proiect, foarte frecvent utilizat în aplicatii este cel al duratei totale care, desigur, trebuie să fie minimizată. Algoritmul de rezolvare a problemei în acest caz are două etape. În prima etapă, a **parcursului direct**, se calculează termenele minime ale evenimentelor, iar în etapa a doua, cea a **parcursului invers**, se calculează termenele maxime ale evenimentelor

$$t_j = \begin{cases} 0; & j = 1 \\ \max\limits_{(i,j)\in G}(t_i + t_{ij}); & 1 < j \le n \end{cases} \qquad t_i^* = \begin{cases} t_n; & i = n \\ \min\limits_{(i,j)\in G}(t_j^* - t_{ij}); & 1 \le i < n \end{cases}$$

Parcursul direct reprezintă un program de executie a proiectului minorant. Parcursul invers este un program majorant. Încadrarea termenelor între cele două programe nu modifică termenul final/durata totală a proiectului. Nodurile pentru care

$$t_i = t_i^*$$

sunt noduri/evenimente *critice*, sunt situate pe *drumul critic* si termenul unic, minim si maxim trebuie respectat riguros. Toate celelalte evenimente admit o întârziere maximă de $t_i^* - t_i$.

Termenele activitătilor se calculează cu relatiile

$$t_s(i, j) = t_i$$

$$t_f(i, j) = t_i + t_{ij}$$

$$t_f^*(i, j) = t_j^*$$

$$t_s^*(i, j) = t_j^* - t_{ij}$$

si rezervele lor cu relatiile

$$R_t(i, j) = t_j^* - t_i - t_{ij}$$

$$R_l(i, j) = t_j - t_i - t_{ij}$$

$$R_i(i, j) = t_j^* - t_i^* - t_{ij}$$

$$R_s(i, j) = t_j - t_i^* - t_{ij}$$

În secventa de relatii pentru evaluarea rezervelor, valorile negative, fără sens practic se consideră a fi semnul inexitentei acelor rezerve, adică nulitatea lor.

Lucrurile stau diferit în cazul retelelor PERT unde duratele activitătilor sunt incerte. Pentru fiecare activitate (i, j) din proiect, se estimează pe o cale sau alta o durată optimistă a_{ij}, o durată pesimistă b_{ij} si o durată care pare a fi cea mai probabilă m_{ij}. Cu aceste estimări se pot evalua mediile si dispersiile duratelor

$$\bar{t}_{ij} = \frac{a_{ij} + 4m_{ij} + b_{ij}}{6}$$

$$\sigma_{ij}^2 = \left(\frac{b_{ij} - a_{ij}}{6}\right)^2$$

pentru fiecare activitate.

Duratele activitătilor sunt tratate ca variabile aleatoare. Legea de repartitie cea mai potrivită pentru duratele activitătilor într-o retea PERT se dovedeste a fi o lege Beta cu densitatea de repartitie (densitatea de probabilitate)

$$f(t) = \begin{cases} 0 & t < a \\ \dfrac{(t-a)^p (b-t)^q}{(b-a)^{p+q+1} B(p+1, q+1)} & a \le t \le b \\ 0 & t > b \end{cases}$$

cu media

$$\bar{t} = \frac{a + b + (p+q)m}{p+q+2} \quad \text{cu} \quad m = \frac{aq + bp}{p+q}$$

si cu dispersia

$$\sigma_t^2 = \frac{(b-a)^2 (p+1)(q+1)}{(p+q+3)(p+q+2)^2}$$

Metoda de analiză a drumului critic CPM cu reducere de durate. În analiza drumului critic prin metoda CPM este posibil ca durata proiectului să fie neconvenabilă. Este posibilă accelerarea executiei unui proiect? Răspunsul este afirmativ dar, cum este de asteptat, costurile de executie vor creste.

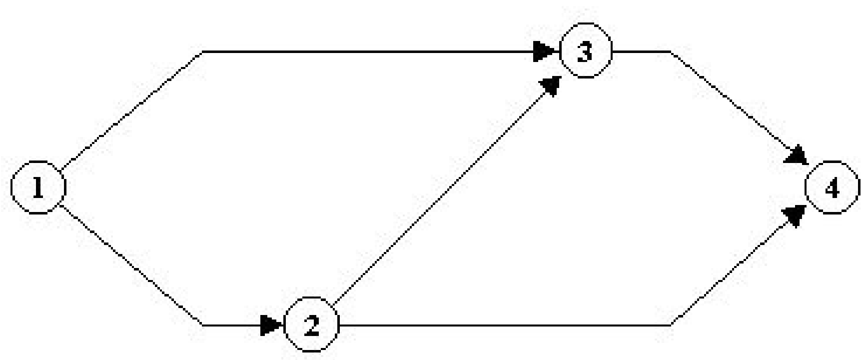
Dacă termenul de încheiere a proiectului trebuie redus, o seamă de activităti urmează a se executa în termene mai strânse. Desigur, primele candidate la accelerare trebuie să fie activitătile de pe drumul critic. Scurtarea duratelor pe drumul critic ar putea să facă critice alte activităti si nu numai decât dintre cele adiacente drumului critic stabilit pentru duratele normale. Din acest motiv, în general trebuie analizat costul scurtării tuturor activitătilor din proiect si reanalizată programarea lucrărilor pentru a cheltui cât mai putin cu accelerarea. Pentru costul reducerii duratei unei activităti, oricare din activitătile proiectului, modelul cel mai frecvent utilizat este cel cu variatie liniară: se stabileste o durată limită sub care activitatea respectivă nu poate fi scurtată $t_{ij\mathrm{min}}$ si se exprimă costul activitătii la durate intermediare, mai mari decât acest $t_{ij\mathrm{min}}$, mai mici fată de durata normală $t_{ij\mathrm{normal}}$. Evident, relatia nu poate fi decât cu pantă negativă

$$C_{ij\,\mathrm{redus}} = C_{ij\,\mathrm{normal}} + c_{ij}\,(t_{ij\,\mathrm{normal}} - t) \text{ pentru } t \in [t_{ij\,\mathrm{min}}, t_{ij\,\mathrm{normal}}]$$

Minimizarea costului reducerii duratei de executie a proiectului parcurge un algoritm iterativ si alternativ de programare liniară si de analiză a drumului critic. La început se reduce durata acelei activităti de pe drumul critic, care are cea mai mică variatie c_{ij}, până când rezerva de reducere prin accelerare a duratei acelei activităti este epuizată sau până când drumul critic se modifică structural prin includerea altor activităti, până acum necritice. Se reevaluează drumul critic dacă este cazul si se reia calculul cu o altă activitate de pe drumul critic (nou), activitate care are rezerve de reducere prin accelerare a duratei si are cel mai mic cost specific c_{ij}. Se opreste calculul fie când o conditie asupra duratei proiectului este îndeplinită, fie când nu mai sunt posibile astfel de reduceri de durată.

4. Modul de lucru

Se tratează problema simplă modelată de graful alăturat.



Proiectul modelat constă în cinci activităti care succed una alteia conform grafului.

- Pe acest graf se rezolvă problema CPM în conditiile din tabelul următor.

Activităti	Arce	Durate
1	(1,2)	10
2	(1,3)	8
3	(2,3)	5
4	(2,4)	7
5	(3,4)	5

- Pe aceeasi tehnologie se rezolvă problema CPM cu reducere de termen în conditiile din tabelul următor.

Activităti	Arce	Durate		Costuri	
		Normale	Scurtate	Normale	Cu scurtare
1	(1,2)	10	5	1200	1700
2	(1,3)	8	4	1100	1500
3	(2,3)	5	4	2000	2500
4	(2,4)	7	3	1000	1800
5	(3,4)	5	2	1800	2200

Se observă că termenele normale coincid cu cele de la punctul precedent.

Se propun scurtări ale termenului de finalizare calculat la punctul anterior, se determină fezabilitatea acestui nou program si se evaluează costul scurtării termenului.

- Se admite apoi că duratele activitătilor din acelasi proiect sunt incerte. Prin metoda PERT se rezolvă problema propusă în tabelul care urmează.
  Se observă diferenta dintre duratele medii ale activitătilor si duratele din tabel. Se apreciază incertitudinea în realizarea termenului final rezultat din calcul, prin evaluarea dispersiei duratei proiectului.

Activităti	Arce	Durate		
		Optimiste	Cele mai probabile	Pesimiste
1	(1,2)	7	10	15
2	(1,3)	6	8	12
3	(2,3)	3	5	9
4	(2,4)	3	7	10
5	(3,4)	2	5	11

Toate punctele propuse se tratează cu programul **SP01**, subprogramul **PERT/CPM** si, mai departe pe ramificatiile **CPM**, **CPM With Crushing**, respectiv **PERT**.

5. Chestiuni de studiu

- Facilitătile de calcul oferite de programul **SP01**
- Sensibilitatea programului la modificarea unor date. Pentru aceasta se recomandă schimbarea unor valori din tabelele asociate celor trei variante de studiu al drumului critic propuse mai sus

- Studiul optional al unor probleme/proiecte imaginate, de dimensionalitate superioară

LUCRAREA 5: MODELE MATEMATICE TIP GRAF (II)
GRAFUL UNUI PROIECT SI DRUMUL CRITIC
COSTUL ACCELERĂRII UNUI PROIECT
DRUMUL CRITIC ÎN CONDITII DE INCERTITUDINE
ARBORI DE DECIZIE

1. Obiectivele lucrării

- Studiul modelelor matematice de tip graf
- Studiul drumului critic în graful unui proiect, costul accelerării unui proiect, drumul critic în conditii de incertitudine
- Studiul arborilor decizionali

2. Aparatură si suport documentar

- Calculatoare PC în configuratie obisnuită
- Prezentul *Ghid de lucrări*
- Notele de curs de la disciplina *Modelarea si simularea sistemelor de productie*
- Manuale de programare, documentarea *on-line* (*Help*)

3. Breviar teoretic

Grafurile sunt obiecte definite matematic ca perechi (X, Γ) cu X o multime si Γ o aplicatie definită pe multimea X cu valori în multimea pǎrtilor lui X. Dacă X este o multime finită atunci unui graf i se poate asocia o reprezentare geometrică prin puncte si segmente. Punctele, numite si noduri sunt elemente ale lui X, iar segmentele, numite si arce exprimă aplicatia Γ. Un arc (orientat) are ca origine un element din X si ca extremitate un nod din submultimea imagine prin Γ a nodului de origine, submultime care este parte a multimii X. Un graf poate fi definit si prin cuplul (X, U) cu U multimea arcelor.

Structura grafurilor poate fi foarte diferită. Pot fi *conexe* sau *neconexe* după cum există sau nu un drum între oricare două noduri ale grafului. *Drum* este orice succesiune de arce cu extremitatea unuia coincidentă cu originea altuia. Grafurile pot fi *orientate* sau nu după cum sensul parcurgerii arcelor este important sau nu, este evidentiat sau nu. Grafurile pot fi *ciclice* sau nu după cum există sau nu un drum parcurs în sensul orientării arcelor care să pornească dintr-un nod si să revină în acel nod. Frecvent, arcelor unui graf li se asociază anumite numere care sunt cunoscute generic drept *capacităti* ale acelor arce.

Grafurile au aplicatii multiple în modelarea si simularea sistemelor economice.

O aplicatie majoră a grafurilor o reprezintă **analiza drumului critic (ADC)**. Analiza drumului critic este o aplicatie economică remarcabilă a grafurilor. Aceasta este o metodă de conducere ratională, stiintifică a realizării proiectelor.

Un *proiect* este un proces complex sau o actiune de mare amploare orientată către atingerea unui scop bine precizat. Un proiect are un obiectiv, un ansamblu de activităti si o tehnologie.

Activitătile sunt părti determinate ale proiectului care consumă timp si de cele mai multe ori resurse. Descompunerea unui proiect în activităti componente permite analiza amănuntită a desfăsurării lui în conformitate cu tehnologia pe care el se bazează.

A programa un proiect înseamnă a stabili termenele de începere pentru fiecare activitate tinând seama din nou de tehnologia proiectului. Din multitudinea programelor admisibile este de retinut programul optim. Un astfel de program asigură optimizarea unui anumit criteriu de eficientă economică fără a viola conditiile tehnologice, lucru dealtfel imposibil.

Ordinea si conditionarea tehnologică a activitătilor unui proiect se poate modela în mai multe moduri. Cel mai utilizat model este graficul (graful) retea. Retelele sunt de mai multe tipuri. Cele mai prezente în aplicatii sunt cele cu activitătile pe arce, retelele **CPM** (de la **C**ritical **P**ath **M**ethod). Nodurile marchează încheierea unor activităti si posibilitatea inceperii altora. Atunci când activitătile au durate aleatoare, nodurile sunt asociate unor evenimente în sensul mentionat în curs în capitolul de probabilităti. Este cazul retelelor **PERT** (de la **P**rogram **E**valuation and **R**eview **T**echnique).

În prezentarea care urmează se marchează cu numere naturale 1, 2, …, i, …, j, …, n nodurile/evenimentele proiectului/retelei. O pereche (i, j) marchează o activitate cu începutul în nodul i si cu sfârsitul în nodul j. Activitătile si termenele legate de ele se notează astfel:

t_{ij} – durata activitătii (i, j);

t_i – termenul cel mai timpuriu (minim) al unui eveniment/nod;

t_i^* – termenul cel mai târziu (maxim) al unui eveniment/nod;

$t_s(i, j)$ – termenul minim de începere a activitătii (i, j);

$t_s^*(i, j)$ – termenul maxim de începere a activitătii (i, j);

$t_f(i, j)$ – termenul minim de încheiere a activitătii (i, j);

$t_f^*(i, j)$ – termenul maxim de încheiere a activitătii (i, j);

T – durata totală a proiectului;

$R_t(i, j)$ – rezerva totală a activitătii (i, j);

$R_l(i, j)$ – rezerva liberă a activitătii (i, j);

$R_i(i, j)$ – rezerva intermediară a activitătii (i, j);

$R_s(i, j)$ – rezerva sigură a activitătii (i, j);

Un criteriu de optimizare a executării unui proiect, foarte frecvent utilizat în aplicatii este cel al duratei totale care, desigur, trebuie să fie minimizată. Algoritmul de rezolvare a problemei în acest caz are două etape. În prima etapă, a **parcursului direct**, se calculează termenele minime ale evenimentelor, iar în etapa a doua, cea a **parcursului invers**, se calculează termenele maxime ale evenimentelor

$$t_j = \begin{cases} 0; & j = 1 \\ \max\limits_{(i,j)\in G}(t_i + t_{ij}); & 1 < j \le n \end{cases} \qquad t_i^* = \begin{cases} t_n; & i = n \\ \min\limits_{(i,j)\in G}(t_j^* - t_{ij}); & 1 \le i < n \end{cases}$$

Parcursul direct reprezintă un program de executie a proiectului minorant. Parcursul invers este un program majorant. Încadrarea termenelor între cele două programe nu modifică termenul final/durata totală a proiectului. Nodurile pentru care

$$t_i = t_i^*$$

sunt noduri/evenimente critice, sunt situate pe *drumul critic* si termenul unic, minim si maxim trebuie respectat riguros. Toate celelalte evenimente admit o întârziere maximă de $t_i^* - t_i$.

Termenele activitătilor se calculează cu relatiile

$$t_s(i, j) = t_i$$

$$t_f(i, j) = t_i + t_{ij}$$

$$t_f^*(i, j) = t_j^*$$

$$t_s^*(i, j) = t_j^* - t_{ij}$$

si rezervele lor cu relatiile

$$R_t(i, j) = t_j^* - t_i - t_{ij}$$

$$R_l(i, j) = t_j - t_i - t_{ij}$$

$$R_i(i,j) = t_j^* - t_i^* - t_{ij}$$

$$R_s(i,j) = t_j - t_i^* - t_{ij}$$

În secventa de relatii pentru evaluarea rezervelor, valorile negative, lipsite de sens practic sunt semnul inexitentei acelor rezerve, adică nulitatea lor.

Lucrurile stau diferit în cazul retelelor PERT unde duratele activitătilor sunt incerte. Pentru fiecare activitate (i, j) din proiect, se estimează pe o cale sau alta o durată optimistă a_{ij}, o durată pesimistă b_{ij} si o durată care pare a fi cea mai probabilă m_{ij}. Cu aceste estimări se pot evalua medii si dispersii ale duratelor

$$\bar{t}_{ij} = \frac{a_{ij} + 4m_{ij} + b_{ij}}{6}$$

$$\sigma_{ij}^2 = \left(\frac{b_{ij} - a_{ij}}{6}\right)^2$$

pentru fiecare activitate.

Duratele activitătilor sunt tratate ca variabile aleatoare: durata unei activităti (i, j) poate lua orice valoare cuprinsă între a_{ij} si b_{ij}. Legea de repartitie cea mai potrivită pentru durata unei activităti într-o retea PERT se dovedeste a fi o lege Beta cu densitatea de repartitie

$$f(t) = \begin{cases} 0 & t < a \\ \dfrac{(t-a)^p (b-t)^q}{(b-a)^{p+q+1} B(p+1, q+1)} & a \le t \le b \\ 0 & t > b \end{cases}$$

cu media

$$\bar{t} = \frac{a + b + (p+q)m}{p+q+2} \quad \text{cu} \quad m = \frac{aq + bp}{p+q}$$

si cu dispersia

$$\sigma_t^2 = \frac{(b-a)^2 (p+1)(q+1)}{(p+q+3)(p+q+2)^2}$$

Desigur, parametrii p si q sunt diferiti în general pentru activităti diferite.

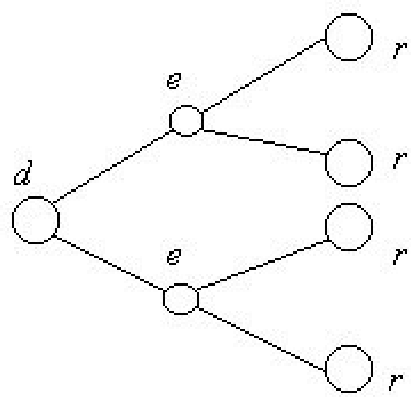
Metoda de analiză a drumului critic CPM cu reducere de durate. În analiza drumului critic prin metoda CPM este posibil ca durata proiectului să fie neconvenabilă. Este posibilă accelerarea executiei unui proiect? Răspunsul este afirmativ dar, cum este de asteptat, costurile de executie vor creste.

Dacă termenul de încheiere a proiectului trebuie redus, o seamă de activităti urmează a se executa în termene mai strânse. Desigur, primele candidate la accelerare trebuie să fie activitătile de pe drumul critic. Scurtarea duratelor pe drumul critic ar putea să facă critice alte activităti si nu numaidecât dintre cele imediat adiacente drumului critic stabilit pe baza duratelor normale. Din acest motiv, în general trebuie analizat costul scurtării tuturor activitătilor din proiect si reanalizată programarea lucrărilor pentru a cheltui cu accelerarea cât mai putin. Pentru costul reducerii duratei unei activităti, oricare din activitătile proiectului, modelul cel mai frecvent utilizat este cel cu variatie liniară: se stabileste o durată limită sub care activitatea respectivă nu poate fi executată, $t_{ij\min}$ si se exprimă costul activitătii la durate intermediare, mai mari decât acest $t_{ij\min}$, mai mici fată de durata normală $t_{ij\text{normal}}$. Evident, relatia nu poate fi decât cu pantă negativă

$$C_{ij\,\text{redus}} = C_{ij\,\text{normal}} + c_{ij}\left(t_{ij\,\text{normal}} - t\right) \text{ pentru } t \in \left[t_{ij\,\min}, t_{ij\,\text{normal}}\right]$$

Minimizarea costului reducerii duratei de executie a proiectului parcurge un algoritm iterativ si alternativ de programare liniară si de analiză a drumului critic. La început se reduce durata acelei activităti de pe drumul critic, care are cea mai mică variatie c_{ij}, până când rezerva de reducere prin accelerare a duratei acelei activităti este epuizată sau până când drumul critic se modifică structural prin includerea altor activităti, până acum necritice. Se reevaluează drumul critic dacă este cazul si se reia calculul cu o altă activitate de pe drumul critic (nou), activitate care are rezerve de reducere prin accelerare a duratei si are cel mai mic cost specific c_{ij}. Se opreste calculul fie când o conditie asupra duratei proiectului este îndeplinită, fie când nu mai sunt posibile astfel de reduceri de durată.

Arbori decizionali. Procesul decizional este uzual un proces complicat. Numărul de situatii distincte între care trebuie făcută o alegere este mare si, de cele mai multe ori, într-o conditionare de care trebuie să se tină seamă. Apare necesitatea de a defini un asa-numit arbore decizional care este un graf ramificat si stratificat alcătuit din arce *decizionale* si *evenimentiale*.



Arcele care pornesc din nodurile marcate cu *d* în figura alăturată sunt decizionale si au uzual la extremitatea lor o (răs)plată pentru decizia respectivă. Arcele eveniment, care pornesc din noduri marcate cu *e* sunt însotite de un număr subunitar si pozitiv care reprezintă probabilitatea de producere a evenimentelor asociate acelor arce. Exemplul simplu din figura de mai sus este pur ilustrativ. Desigur, deciziile pot fi mai complexe decât binare, evenimentele pot fi mai mult de două la fiecare ramificatie. Straturile succesive de noduri pot fi mai numeroase, în functie de complexitatea problemei. Nodurile finale, într-o orientare de la stânga la dreapta au obligatoriu atasată o răsplată, un profit. Odată definit, arborele este utilizat pentru a stabili secventa de decizii optimă în sensul unui profit maximal (uneori al unui cost minimal).

4. Modul de lucru

Se tratează problema următoare:

Fie un sistem economic organizat pentru concretizarea unei lucrări sau, cum se spune, a unui proiect modelat de graful definit astfel:

- O multime de noduri care marchează evenimente care constau în începerea unor activităti si/sau încheierea altora:

$$\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13\};$$

- O multime de arce orientate care reprezintă activitătile componente ale proiectului si, în contextul grafului, conditionarea lor tehnologică:

$$\{(1,2), (1,3), (1,4), (2,5), (2,8), (3,5), (3,6), (4,5), (4,6), (5,7), (6,8), (7,10), (7,12), (8,9), (9,10), (9,11), (10,13), (11,12), (11,13), (12,13)\}$$

Arcele reprezintă, cum s-a mai spus, activitătile cuprinse în planul de realizare a proiectului si au duratele din **Tabelul 1**.

Se cere studiul următoarelor situatii:

A. Duratele activitătilor sunt fixate. Să se stabilească în acest caz activitătile critice si să se calculeze rezervele activitătilor necritice.

Tabelul 1

Activitatea	Arc	Durată
1	(1,2)	$100+p$
2	(1,3)	70
3	(1,4)	80
4	(2,5)	$150+p$
5	(2,8)	$110+p$
6	(3,5)	160
7	(3,6)	$20+p$
8	(4,5)	$180+p$
9	(4,6)	$90+p$
10	(5,7)	$100+p$
11	(6,8)	$90+p$
12	(7,10)	60
13	(7,12)	$140+p$
14	(8,9)	80
15	(9,10)	$130+p$
16	(9,11)	70
17	(10,13)	$150+p$
18	(11,12)	$80+p$
19	(11,13)	$130+p$
20	(12,13)	90

B. Duratele normale ale activitătilor date în **Tabelul 1** pot fi reduse cu 10 + *p* unităti de timp cu o crestere a cheltuielilor conform datelor din **Tabelul 2**.

În acest caz să se calculeze:

- durata normală de executie a lucrării si costul corespunzător;
- durata cea mai scurtă posibilă de executie a aceleiasi lucrări si costul corespunzător;
- costul executiei lucrării atunci când durata de executie cerută este cuprinsă între durata cea mai scurtă realizabilă si durata normală si consumă 40% din diferenta celor două durate considerate extreme (se face rotunjirea la cel mai apropiat număr întreg).

C. Duratele activitătilor sunt incerte si sunt caracterizate astfel:

- duratele cele mai probabile sunt cele date în **Tabelul 1**;

Tabelul 2

Activitatea	Arc	Cost normal	Cost la durată redusă
1	(1,2)	1000	1200
2	(1,3)	1300	1500
3	(1,4)	900	1200
4	(2,5)	1000	2000
5	(2,8)	900	1200
6	(3,5)	800	1200
7	(3,6)	500	3000
8	(4,5)	1200	1400
9	(4,6)	800	900
10	(5,7)	2000	2500
11	(6,8)	1300	1500
12	(7,10)	700	1400
13	(7,12)	800	1200
14	(8,9)	900	1200
15	(9,10)	800	1100
16	(9,11)	900	1000
17	(10,13)	600	900
18	(11,12)	3000	3500
19	(11,13)	2000	2500
20	(12,13)	2500	2800

- duratele optimiste ale activitătilor sunt mai scurte fată de duratele cele mai probabile cu 20% sau cu 30%, după cum activitatea respectivă este numerotată în **Tabelul 1** cu un număr cu sot sau cu un număr fără sot;
- duratele pesimiste ale activitătilor sunt mai mari fată de duratele cele mai probabile cu 40% sau cu 20%, după cum activitatea respectivă este numerotată în **Tabelul 1** par sau impar (rezultatele calculului duratelor optimiste si pesimiste se rotunjesc la cel mai apropiat întreg).

  În acest caz să se calculeze:
- durata cea mai probabilă de executie a lucrării;
- abaterea medie pătratică a duratelor de executie a lucrării;
- durata de executie a lucrării, asociată unei probabilităti de realizare de 95%.

În realizarea efectivă a lucrărilor, drumul critic nu este cert nici ca structură si nici ca durată însumată. Structura este dictată de duratele efective ale activitătilor componente ale proiectului, durate care sunt aleatoare. Durate diverse ale activitătilor se pot obtine prin generarea aleatoare a unor valori, conform legilor lor de repartitie probabilistică specifice. Metoda este cunoscută ca metoda Monte-Carlo si constă în cazul de fată în a "executa" proiectul de mai multe ori prin calcul, după metoda CPM, cu durate ale activitătilor generate aleator si a observa de fiecare dată rezultatele calculului. Se poate observa o prezentă variabilă a activitătilor pe drumul critic: unele permanent, altele mai mult sau mai putin ocazional, altele deloc. Frecventele de aparitie pe drumul critic poate fi o măsură a criticalitătii uneia sau alteia din activitătile componente ale proiectului, măsură care si ea ghidează gestionarea corespunzătoare a lucrărilor proiectului.

Prin simulare Monte-Carlo să se studieze gradul de criticalitate al fiecărei activităti prevăzute în graful-model al lucrării/proiectului.

D. Se admite că lucrarea se execută de un număr mare de ori, pentru beneficiari diversi. Duratele activitătilor sunt fixe, întocmai ca în

Tabelul 1, cu o posibilă modificare. Activitatea 10 nu este obligatorie deoarece ea conditionează lucrările încă neexecutate numai în combinatie cu starea vremii. Dacă în perioada executării activitătii 20 ar fi vreme uscată, lucrarea 10 nu ar fi necesară. Dacă vremea la acel timp este umedă si dacă nu s-au executat lucrările corespunzătoare activitătii 10, atunci timpul de executie a lucrărilor asociate activitătii 20 se dublează, iar cheltuielile asociate (v.**Tabelul 2**) se multiplică cu 1,4. Probabilitatea de vreme umedă este de 2*p*%. Costul activitătii 10 este de 2000 de unităti monetare (v.**Tabelul 2**), iar penalitatea pentru depăsirea termenului general al lucrării produsă de posibila sosire a vremii umede în conditiile neexecutării prealabile a activitătii 10 este de 60 de unităti monetare pentru fiecare unitate de timp întârziere.

Se cere a se decide economic asupra executării sau neexecutării lucrării 10.

Indicatii de detaliu la modul de lucru. În enuntul lucrării se folosesc pretutindeni aceleasi unităti monetare si aceleasi unităti de timp. Parametrul *p* este numărul de ordine al studentului în catalogul grupei.

Calculele se execută cu programele **SP01** si **SP04** după cum urmează:

- Pentru punctul **A** cu **SP01/CPM** sau cu **SP04/CPM**.
- Pentru punctul **B** cu **SP01/CPM With Crash**. Aici, durata minimă posibilă, necesară pentru a calcula durata redusă conform enuntului se determină prin impunerea într-un prim calcul a unei durate absurd de scurte (cateva unităti de timp). Programul produce un mesaj relativ la imposibilitatea solutiei si afisează durata minimă admisibilă.
- Pentru punctul **C** se lucrează cu **SP04/PERT** sau (dar numai partial) cu **SP01/PERT.** Simularea Monte Carlo este posibilă numai cu programul **SP04/PERT.** Pentru aceasta, după obtinerea solutiei de bază, pe durate medii, se actionează repetat tasta **S** (de la **S**imulare) si se urmăresc rezultatele. La fiecare simulare sunt generate automat durate aleatoare ale activitătilor, situate între valorile pesimiste si cele optimiste, si se determină drumul critic. Se retine de fiecare dată lista activitătilor

critice. După un număr apreciabil de executări simulate ale proiectului, de pildă 100, se face statistica frecventelor de aparitie pe drumul critic ale fiecărei activităti. Ordonarea descrescătoare a frecventelor conduce la stabilirea gradului de criticalitate al fiecărei activităti.

- Pentru punctul **D** se lucrează cu **SP01/CPM** sau cu **SP04/CPM**. Se face un calcul suplimentar cu activitatea 10 anulată si cu activitatea 20 dublată ca durată de executie. Durata proiectului în noile conditii se compară cu durata calculată la punctul **A**. Se face un calcul al câstigului mediu (sau al pierderi medii) care se realizează prin neexecutarea ativitătii 10.

Programele utilizate trebuie aduse în prealabil în directorul/folderul utilizatorului unde temporar se pot memora/scrie unele rezultate. Pentru aceasta, se copiază în directorul de lucru toate fisierele **qm*.*, sp0*.*** si **help.***.

Lucrarea se întinde pe o durată de *patru sedinte* de lucrări după cum urmează:

- Prima sedintă, pentru (re)familarizarea cu programele **SP01** si **SP04** si pentru problema de drum critic simplu (**A**);
- Sedinta a doua, pentru continuarea punctului (**A**) si pentru problema de costuri în coditiile reducerii duratelor (**B**);
- Sedinta a treia pentru problema de drum critic cu durate aleatoare ale activitătilor (**C**) si pentru programul de lucru alternativ de la punctul **D**;
- Sedinta a patra pentru simularea Monte-Carlo de la punctul (**C**).

Desigur, repartizarea lucrărilor pe zile sugerată mai sus este numai o sugestie; ea poate fi adaptată convenabil.

După efectuarea lucrării se va elabora un **Referat tehnic** care va contine comentarii asupra rezultatelor obtinute. Referatul va fi prezentat la un termen stabilit de conducătorul lucrării. Referatul va fi notat cu o notă între 1 si 10. Nota aceasta este nota principală în aprecierea activitătii semestriale, care la rându-i are pondere de 50% în aprecierea finală a însusirii cunostintelor la disciplina **Modelarea si simularea proceselor de productie**.

LUCRAREA 6: ALGORITMI GENETICI

1. Obiectivele lucrării

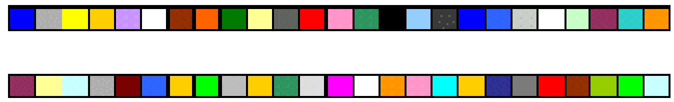
- Studiul algoritmilor genetici si al aplicatiilor lor în tehnică si economie
- Studiul unei aplicatii de optimizare cu ajutorul algoritmilor genetici

2. Aparatură si suport documentar

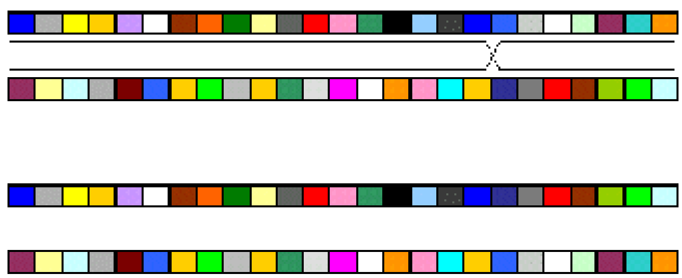
- Calculatoare PC în configuratie obisnuită
- Prezentul *Ghid de lucrări*
- Notele de curs de la disciplina *Modelarea si simularea sistemelor de productie*
- Manuale de programare, documentarea *on-line* (*Help*)

3. Breviar teoretic

Se consideră o populatie alcătuită din indivizi descrisi de structuri numite cromozomi. Cromozomii sunt uzual structuri liniare, ansambluri de gene. Figura alăturată ilustrează doi indivizi prin cromozomii lor, genele fiind reprezentate prin culori.

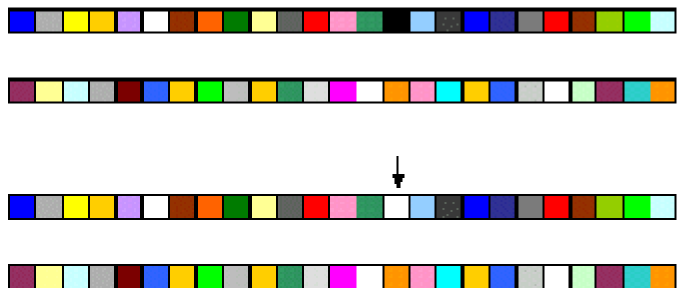


Orice populatie este în evolutie. Indivizii care o alcătuiesc se combină în perechi pentru a genera urmasi. Procedeul curent este cel al combinării-încrucisării. Prin combinare rezultă descendenti care sunt la rândul lor caracterizati de cromozomi. Cromozomii lor rezultă printr-o lectură a cromozomilor parentali conform schemei din figura care urmează. În partea de jos sunt reprezentati prin cromozomii specifici descendentii rezultati.



Nu este obligatoriu ca din combinare să rezulte doi descendenti dar în multe aplicatii tehnice aplicarea *operatorului de combinare* produce doi descendenti. Desigur, punctul de comutare a lecturii de la un cromozom la celălalt poate fi pozitionat si altfel. De asemenea, pot exista mai multe puncte de traversare.

Lectura cromozomilor parentali se poate face corect dar se poate face si cu eroare. Dacă o eroare are loc, se spune că a avut loc o mutatie. Asadar, există un al doilea operator genetic, *operatorul de mutatie*. Figura următoare ilustrează efectul unei mutatii. Sunt prezentati din nou descendentii rezultati prin lectura corectă a genelor, apoi aceiasi descendenti dintre care unul este afectat de o mutatie la gena marcată cu săgeată.



În aplicatiile ingineresti se vorbeste de populatii de solutii ale unei probleme si de determinarea evolutivă a solutiei acelei probleme. Este vorba mai ales de probleme complexe, de dimensionalitate excesivă pentru care nu există căi analitice de solutionare, iar enumerarea tuturor solutiilor acceptabile este o iluzie. Si aici, ca si în cazul populatiilor biologice se vorbeste de adecvarea mai bună sau mai slabă a solutiilor la problema tratată, întocmai cum indivizii unei specii sunt adecvati mai mult sau mai putin la problema supravietuirii într-un mediu generator de variate provocări. Si într-un caz si în altul principiul darwinian al selectiei naturale "supravietuiesc cei mai adecvati" lucrează sistematic pentru adaptarea solutiilor la problema fomulată, respectiv a indivizilor la problema supravietuirii si implicit a perpetuării.

Din expunerea generală de mai sus rezultă că problemele tehnice si economice se pot rezolva evolutiv dacă există o codare adecvată prin cromozomi de o structură particulară a solutiilor admisibile si dacă se defineste corespunzător o functie de adecvare. Cromozomii din aplicatiile ingineresti pot avea forme diverse. La fel functiile de adecvare. Cea mai frecventă codare este cea binară: cromozomii sunt siruri de biti, genele sunt bitii însisi.

Orice formă ar avea cromozomii, solutionarea unei probleme prin algoritmi genetici parcurge o cale evolutivă, solutia se obtine prin *evolutie*. Algoritmul porneste de la o *populatie* de solutii reprezentate prin *cromozomi*. Solutiile dintr-o populatie sunt utilizate pentru a forma o nouă populatie de solutii. Motivatia este cât se poate de naturală: speranta că noua populatie va fi mai bună decât populatia veche. Solutiile alese pentru a produce solutii noi, pentru a produce *descendenti* sunt alese pe baza potrivirii lor cu mediul problemei de solutionat: cu cât sunt mai adecvate, cu atât ele au mai mari sanse de a se *reproduce*.

Procedura este repetată până când s-a generat un număr dat de populatii succesive sau o anumită conditie de adecvare a fost atinsă.

Algoritmii genetici cuprind în general pasii următori:

1. Generarea aleatoare a unei populatii initiale de n solutii acceptabile ale problemei, reprezentate de n cromozomi
2. Evaluarea unei functii de adecvare $f(x)$ pentru fiecare cromozom x din populatie
3. Crearea unei populatii noi prin repetarea pasilor următori până ce populatia nouă este completă
    a. Selectia: se selectează o pereche de cromozomi părinti în acord cu adecvarea lor (cu cât sunt mai adecvati cu atât au sanse mai mari de a fi alesi pentru reproducere)
    b. Încrucisarea: cu o probabilitate de încrucisare dată se încrucisează părintii pentru a genera o pereche de descendenti (dacă nu are loc o încrucisare descendentii vor fi cópii identice ale părintilor)
    c. Mutatia: cu o probabilitate precizată se modifică unele pozitii, unele gene din cromozomii descendentilor
4. Populatia generată înlocuieste cel putin partial populatia veche si populatia rezultată este folosită pentru o nouă parcugere etapă cu etapă a algortimului
5. Dacă conditia de oprire este atinsă, algoritmul se încheie si se retine solutia cea mai bună din populatia curentă, care este si ultima
6. Dacă conditia de oprire nu este atinsă se reiau evaluările de la pasul 2.

Liniile generale ale algoritmilor genetici date mai sus au implementări variate.

Una din probleme este, asa cum s-a spus, cum să se creeze cromozomii, cum să se realizeze această codare a indivizilor dintr-o populatie. În functie de forma cromozomilor se definesc cei doi operatori de bază ai algoritmilor genetici, combinarea-încrucisarea si mutatia.

O altă problemă este selectarea judicioasă a părintilor pentru încrucisare. Selectarea se poate face în moduri diferite, dar ideea generală este a retine părintii dintre cei mai buni în speranta că descendentii lor vor fi încă mai buni. Poate interveni un dubiu si anume că alcătuirea populatiei noi numai din descendenti ar putea conduce la pierderea cromozomilor celor mai buni din generatia precedentă. Asta se poate întâmpla si, de aceea, se foloseste uneori asa-zisul *elitism*. Asta înseamnă că cel putin una din cele mai bune solutii din generatia curentă este retinută prin copiere în generatia următoare ceea ce o face viabilă eventual până în faza finală a evaluărilor.

Modul cel mai obisnuit de codare cromozomică constă în constituirea unei secvente de valori binare. Cromozomii arată în acest caz astfel:

Cromozomul *k*	1101100100110110
Cromozomul *l*	1101111000011110

Fiecare bit din secventă reprezintă o anumită caracteristică a solutiei. Uneori secventa poate reprezenta unul sau mai multe numere. Desigur, sunt si alte modalităti de codare. Codurile adoptate depind si de tipul problemei de rezolvat. Se pot coda, de pildă, direct numere întregi sau reale, uneori anumite permutări, structuri grafice etc.

Parametri pentru AG. Probabilitătile asociate încrucisării si mutatiei sunt parametri de bază ai algoritmilor genetici. Probabilitătile referitoare la încrucisări se asociază cu frecventa cu care un individ sau altul este selectat în vederea încrucisării: indivizii sau solutiile mai adecvate au probabilităti mai mari de a fi selectati pentru combinare, pentru aplicarea operatorului de încrucisare. Când punctul, altfel aleator, de comutare a lecturii de pe un cromozom pe celălalt este situat chiar pe prima sau pe ultima genă din secventa cromozomială descendentii sunt cópii identice ale părintilor. Încrucisarea este făcută în speranta cât se poate de naturală că cromozomii noi vor contine genele asociate părtilor bune din cromozomii parentali si acesti noi cromozomi vor fi solutii mai bune ale problemei. Uneori se renuntă total la o generatie de solutii de îndată ce o nouă generatie este completă. Alteori este îngăduit ca o parte a populatiei să supravietuiască si în generatia următoare pentru a păstra solutiile cele mai perfectionate ca material genetic valoros pentru încrucisările efectuate în etapa/etapele următoare.

La mecanismul încrucisărilor se recurge cu o frecventă mare aproape în orice algoritm genetic. Mutatia este folosită mai rar, mai curând ca accident. De aceea probabilitatea de aparitie a unei mutatii este fixată la valori mici, sub 0,1. Mutatia este folosită pentru a preveni stagnarea căutării într-o zonă de adecvare bună numai relativ la o vecinătate restrânsă, ceva analog unui extrem local în optimizare.

Un alt parametru important este dimensiunea populatiei, mentinută de regulă constantă de la o generatie la următoarea. Dacă populatia este redusă, diversitatea cromozomială este modestă si algoritmul genetic are posibilităti slabe de încrucisare, ceea ce se traduce în conducerea explorării pe un spatiu restrâns. Pe de altă parte populatiile prea numeroase fac ca algoritmii genetici să lucreze lent. O recomandare de luat în considerare are în vedere populatii de zeci de indivizi-solutii.

În lucrarea prezentă se propune spre studiu si observare actiunea de căutare a extremului unei functii de o variabilă cu foarte multe extreme, o functie multimodală

$$f(x) = -\frac{480}{4.2}\sin\frac{\pi x}{640}\left(1 - \sin\frac{30\pi x}{640}\right)\left(1 - \sin\frac{5.3\pi x}{640}\right)$$

Populatia initială este de 20 de solutii. Dimensiunea populatiilor următoare este aceeasi. Se practică elitismul total, adică la fiecare nouă generatie clasamentul adecvării solutiilor se întocmeste pe 40 de solutii vechi si noi. Sunt eliminate 20 de solutii din josul clasamentului indiferent dacă sunt printre ele solutii abia generate. Algoritmul genetic foloseste parametrii pe care observatorul îi poate stabili el însusi. Acestia sunt numărul de generatii propus pentru stoparea automată a algoritmului, apoi raportul, supraunitar desigur, între probabilitatea de selectare în vederea încrucisării a celei mai perfectionate solutii si a celei mai putin adecvate si, în sfârsit, probabilitatea aparitiei unei mutatii.

4. Modul de lucru

- Dacă nu sunt deja prezente, se transferă în directorul de lucru programul executabil **sp07.exe** si fisierul cu date de pornire variabile **start.dat**.
- Se editează fie separat, fie în cursul executiei programului **sp07**, fisierul **start.dat** în care se găsesc depuse date de pornire. Se găsesc aici si pot fi modificate după voie (dar rational, nu arbitrar) numărul de generatii pe care se face căutarea extremului functiei (de pildă 50), raportul probabilitătilor de utilizare în faza de combinare/încrucisare a solutiei celei mai bune si a solutiei celei mai slabe dintr-o generatie (de pildă un raport de 3:1) si probabilitatea mutatiilor, un număr sub 0,1 (de pildă 0,05).
- Se execută calculele si se urmăreste evolutia populatiei de solutii către optimul global al functiei prezentate în sectiunea **Breviar teoretic** si prezentă grafic pe monitorul calculatorului. Solutiile sunt înfătisate pe graficul functiei prin linii verticale de culoare rosie, înalte de cca. 1 cm.
- Se modifică fisierul **start.dat** si se reia calculul.
- Se observă evolutia căutării în conditii de parametrii diferiti.

A N E X E

Lucrările din acest **Ghid** precum si multe din problemele formulate la finalul capitolelor suportului scris al cursului de **Modelarea si simularea sistemelor de productie** necesită utilizarea calculatoarelor. Pentru aceasta, sunt puse la dispozitia studentilor trei programe: **SP01**, **SP04** si **SP07**. Acestea sunt implementări ale algoritmilor prezentati mai pe scurt sau mai pe larg în cursul scris si acoperă cu capacitatea de calcul necesară toate problemele formulate. Desigur, nu este limitată în nici un fel utilizarea altor programe de calcul: calea pe care sunt obtinute răspunsurile la întrebările pe care studentii, viitori ingineri au datoria să si le pună este mai putin importantă decât răspunsurile însesi. De aceea, studentii care au acces la programe sau la pachete de programe mai perfectionate, cum sunt *Microsoft Project* sau *Matlab*, sunt îndemnati să profite din plin de facilitătile acelor programe sau pachete de programe.

Mai departe sunt prezentate într-o manieră minimală, cu alte cuvinte cu atât de multe detalii câte sunt necesare pentru ca ele să poată fi utilizate, programele pe care autorul acestui **Ghid** si al suportului de curs pentru disciplina **Modelarea si simularea sistemelor de productie** le oferă studentilor în cadrul unor obligatii didactice definite de autor însusi.

Cum s-a mai spus si altundeva, programele acestea pot fi copiate si transferate, fără vreo îngrădire, de la facultate pe calculatorul personal pentru utilizare la domiciliu sau la birou.

O recomandare generală: lucrul efectiv cu programele mentionate este potrivit a se face într-un director/folder personalizat. De aceea, înainte de a executa prima lucrare, înainte de a rezolva prima problemă, este indicat

a copia programele din locul unde ele sunt stocate – cadrul didactic care conduce lucrările va indica acel loc – într-un director/folder care sa fie asociat unei grupe sau unei subgrupe si care să fie utilizat pe durata întregului semestru, cu tot schimbul cu memoria, de cele mai multe ori util, constând în depuneri si recuperări de date si rezultate.
Operatia de copiere trebuie să se facă pentru toate fisierele cu numele de formele SP*.*, QM*.*, HELP.* si fisierele PAR.DAT si IMPAR.DAT.

ANEXA 1. PROGRAMUL SP01

Pachetul de programe SP01 se excută sub sistemul de operare MS-DOS. Un click dublu pe icoana pachetului îl face activ. Pentru a ajunge la el si la icoana lui e necesar a aduce în prim plan folderul care-l contine.
La activare, apare pentru pentru scurt timp o fereastră de prezentare, nume, autori etc., apoi fereastra cu menu-ul principal. Mouse-ul este inactiv în fereastră, singurul lui rol mai poate fi acela de a mări sau a micsora dimensiunea ferestrei. Se recomandă lucrul în fereastră lărgită.
În menu-ul principal se poate face alegerea unui program, fie cu tastele de navigatie si în final tasta **Enter**, fie actionând tasta cu litera asociată programului ales.
Alegerea aceasta are efect diferit pentru programele care au la bază o singură metodă, de pildă programarea liniară (Linear Programming), si pentru cele care sunt inplementări ale unor algoritmi multipli. În cazul prim apare direct fereastra de lucru. În al doilea caz apare un menu secundar care permite alegerea metodei si abia după această a doua alegere apare fereastra de lucru.
Ferestrele de lucru sunt uzual divizate în trei subferestre. Subfereastra cea mai de jos contine un menu operativ cu cuvintele Help, New, Load, Save, Edit, Run, Print, Install, Directory, Esc, fiecare cu prima literă de culoare diferită, mai vie (hot key).

Apăsarea tastei **H** (Help) aduce pe ecran un text de ajutor general si unul particular pentru programul/metoda selectat(ă). Sunt cuprinse explicatii suficient de detaliate asupra metodei si asupra modului cum se introduc datele. Tasta **Esc** (escape) readuce pe ecran fereastra de lucru.

Tasta **N** (New) deschide posibilitatea de a introduce date noi, pentru o problemă nouă.

Tasta **L** (Load) permite încărcarea unor date utilizate într-o altă executie anterioară a programului.

Tasta **S** (Save) crează posibilitatea de a memora, de a salva datele de pe ecran într-un fisier cu nume la alegere.

Tasta **E** (Edit) permite (re)editarea unor date deja utilizate sau a datelor curente care trebuie modificate.

Tasta **R** (Run) este cea care initializează calculele propriu-zise. Dacă calculele se derulează fără incidente, la încheierea lor apar în fereastra curentă rezultatele.

Dacă calculatorul are conectată o imprimantă, tasta **P** (Print) initializează scoaterea la imprimantă a datelor si rezultatelor obtinute prin calcul.

Tasta **I** (Install) nu prezintă interes dacă programele au fost transferate deja, cum s-a recomandat, în directorul curent, de lucru.

Tasta **D** (Directory) face ca pe ecran să fie afisate fisierele de date potrivite programului curent. Se poate sonda astfel existenta sau lipsa unor date de interes.

Tasta **Esc** (escape) are roluri variate. Principalul rol este acela de a reveni pe parcursul operării programului la o fază anterioară astfel încât există un ultim **Esc** care este echivalent cu iesirea din pachetul de programe. (Dezactivarea ultimă a pachetului de programe SP01 se face printr-un click cu mouse-ul în coltul din dreapta sus al ferestrei DOS). Tot cu tasta **Esc** se trece de la faza de editare a datelor (**E**dit) la fazele celelalte, de memorare, de executie a calculelor etc., cu alte cuvinte faza de editare este validată prin actionarea tastei **Esc**.

Pachetul de programe SP01 este o adaptare făcută de autor a unui pachet elaborat tot în scopuri didactice altundeva, care circulă ca *freeware* în mediul universitar. De aceea, sub aspectul limbii utilizate, pachetul este un hibrid. Unele texte, instructiuni, comentarii apar în limba română, altele, mai putine, în limba engleză.

ANEXA 2. PROGRAMUL SP04

Programul SP04 se pune în functiune prin dublu click pe icoana lui. El este în bună parte asemănător functional cu programul SP01/CPM/PERT (drumul critic pentru un proiect modelat printr-o retea cu activitătile pe arce). Îi lipseste (deocamdată) programul CPM with Crashing (drumul critic cu reducerea duratelor unor activităti si, în consecintă, a duratei întregului proiect). Are în schimb prevăzută posibilitatea simulării Monte-Carlo utilă si utilizabilă pentru proiectele cu durate ale activitătilor componente incerte. Nu are (încă) posibilitatea de adresare la un sistem de ajutor în timp real (help), dar are atasate scurte indicatii (hints) în zonele active ale ecranului. Stationarea săgetii mouse-ului într-o asemenea zonă produce afisarea unor astfel de indicatii de lucru scurte, simple dar foarte utile.

Partea de simulare este făcută să lucreze pe 100 de "executii" ale proiectului simulat cu întocmirea automată a statisticii finale, statistică a numărului de realizări ale proiectului în care una sau alta din activităti se află pe drumul critic.

Monitorul pe care programul lucrează fără precautii speciale se presupune a avea o definitie de 1024 x 768 pixeli. La definitii mai modeste apar bare de scroll prin actionarea cărora se pot aduce în spatiul vizibil al ferestrei de lucru zone care pe moment ar putea fi ascunse vederii dincolo de cadrul ecranului.

ANEXA 3. PROGRAMUL SP07

Programul SP07 ilustrează utilizarea algoritmilor genetici pentru stabilirea extremelor unor functii multimodale. Activarea lui se face prin dublu click pe icoana lui.

Apare o fereastră care contine graficul functiei de minimizat, o functie cu foarte multe minime. Pe acelasi grafic apar ca linii de culoare rosie prima generatie de solutii ale problemei. Apoi, populatia de solutii evoluează prin actiunea operatorilor genetici de încrucisare si de mutatie. Unele linii rosii (solutii) dispar ca nefiind adecvate, altele noi apar ca rezultate ale evolutiei, mai reusite, mai aproape de minimul (minimele) global(e) ale functiei.

Numărul de generatii de solutii este limitat la 50.

Monitorul pe care programul lucrează fără precautii speciale se presupune a avea o definitie de 1024 x 768 pixeli. La definitii mai modeste apar bare de scroll prin actionarea cărora se pot aduce în spatiul vizibil al ferestrei de lucru zone care ar putea fi ascunse vederii, dincolo de cadrul ecranului.